

Path Planning for Parking of Four Wheeled Vehicle with Minimum Energy and Optimum Parking Space

Ahmad Lutfan Milzam¹, Tarmizi Usman^{1*}, Muhammad Ikhwan¹, Mahmudi Mahmudi, and Saiful Amri

¹ Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh 23111, Indonesia.

*Corresponding email: tarmiziusman@usk.ac.id

ARTICLE INFO	ABSTRACT
Article History Received : 06-10-2022 Revised : 30-10-2022 Accepted : 31-10-2022 Keyword Integer Linear Programming; Nonholonomic Vehicle; Obstacle Avoidance; Optimal Control; Tomlab PROPT.	As the number of private vehicles grows, so does the demand for parking space. It was also in charge of traffic congestion and high parking fees in downtown, particularly near public services and the central business district. The goal of this paper was to optimize path planning with the least amount of energy and the most parking space. To achieve this goal, three parts of optimization were used. They were divided into three categories: optimal parking space for obtaining area bounded and parking angle, path planning with boundaries and constraints to find the path with the least amount of energy, and finally vehicle direction for comparison with other recent works. The simulation revealed that the best parking space could result in a parking angle as the final vehicle direction. Based on the results, the produced path was more efficient, with an objective function energy of 394.44 unit of energy and a vehicle speed of 4.3 km/h. Because of its closeness to previous work, the route verified that it could be driven in reverse parking action.

DOI: 10.24815/tjoma.v1i1.28853

©2022 TJoMA. All rights reserved.

1. PENDAHULUAN

Peningkatan jumlah kendaraan tersebut disebabkan oleh banyak hal, beberapa di antaranya adalah cara pandang, gaya hidup, dan kebutuhan. Perspektif keamanan dan kenyamanan transportasi umum menyebabkan masyarakat lebih memilih menggunakan kendaraan pribadi sebagai mobilitas sehari-hari. Tidak hanya mempertimbangkan keamanan dan kenyamanan, penggunaan kendaraan pribadi juga menjadi gaya hidup yang fleksibel dan menunjukkan kemampuan ekonomi penggunaannya. Di sisi lain, faktor kebutuhan dan lingkungan menjadi pendorong orang yang memiliki kendaraan pribadi. Misalnya dalam cuaca buruk dan udara perkotaan, penggunaan mobil lebih tepat daripada menggunakan bus kota atau taksi. Akibat dari pertumbuhan kendaraan ini adalah kemacetan lalu lintas, dan yang paling mendesak adalah keterbatasan lahan parkir. Akibat berbagai alasan, di daerah-daerah tertentu seperti tempat-tempat pelayanan umum dan Central Business District (CBD), kebutuhan akan tempat parkir semakin meningkat. Kondisi tersebut menuntut tersedianya lahan parkir untuk menampung kendaraan tanpa mengabaikan kenyamanan parkir. Di sisi lain, harga tanah dan properti di CBD sangat tinggi. Untuk itu diperlukan para pengembang, swasta, dan pemerintah untuk berpikir keras dalam menyelesaikan masalah perparkiran. Pemerintah bertanggung jawab atas ketertiban kendaraan, tetapi sektor swasta memiliki kepentingan dan peluang bisnis. Munzir et al. (2010) telah meneliti optimasi area parkir untuk mendapatkan data dalam mengurangi tundaan lalu lintas akibat parkir di badan jalan. Dalam kasus lain yang menarik, Ramli et al. (2016) menggunakan metode Integer Linear Program (ILP) untuk menghitung jumlah kendaraan yang ditampung di tempat parkir pusat perbelanjaan dan menentukan tarif optimal untuk memperoleh pendapatan maksimum.

ILP sebelumnya digunakan oleh Abdelfatah & Taha (2014) untuk menentukan jumlah mobil yang dapat ditampung oleh tempat parkir universitas. Model linier memperhitungkan

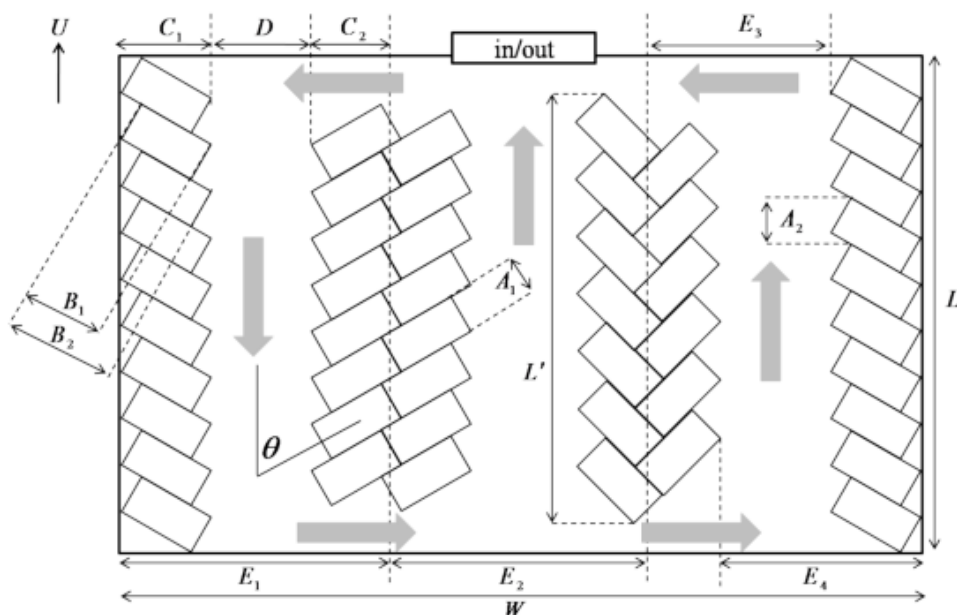
estimasi sudut dan sistem sirkulasi parkir untuk menentukan ruang parkir yang optimal. Namun model linier ini masih memiliki kelemahan pada sudut parkir tertentu. Diperbaiki oleh Sary (2016) yang menambahkan satu parameter, baris interior, untuk parkir alternatif. Selanjutnya, model yang digunakan oleh Sary diterapkan untuk menjadi acuan model linier untuk makalah ini. Sudut parkir yang diperoleh dari ILP menjadi acuan sudut untuk menentukan pengendalian parkir kendaraan. Gerak parkir untuk parkir dimodelkan sebagai parkir mundur. Model ini dinilai lebih efisien untuk parkir di kawasan CBD. Jenis parkir yang digunakan dimodelkan untuk jenis parkir yang berbeda, tetapi makalah ini mengecualikan parkir paralel sebagai jenis parkir. Ada tiga macam model kinematik yang digunakan dalam makalah ini, yaitu model putaran kendaraan, kemudi, dan model longitudinal. Model putaran kendaraan memperhitungkan posisi berikutnya dalam gerakan melingkar. Model ini dinyatakan sebagai persamaan diskrit nonlinier. Model kemudi diasumsikan pada Tashiro (2013) yang dioperasikan dengan electric power steering (EPC). Selain itu, model longitudinal pada gerak lateral tidak digunakan karena dalam makalah ini kecepatan target kendaraan sesuai dengan kecepatan kendaraan. Dalam makalah Ikhwan et al. (2018), model kinematik ini digunakan untuk mengontrol parkir mundur dengan jalur referensi yang diukur berdasarkan area parkir. Pada penelitian lain Putri et al. (2018) menggunakan lintasan yang dibuat menggunakan busur siklus dan garis gradien dua siklus. Makalah tersebut menggunakan jalur Dubin sebagai jalur referensi.

Berdasarkan penjelasan diatas, penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan lintasan paling optimal dengan kendala energi paling kecil dan kapasitas parkir paling banyak. Bentuk lintasan yang dihasilkan merupakan bentuk paling optimal dalam jenis ruang parkir dan kendaraan yang dibatasi dalam penelitian.

2. METODE

2.1. Kriteria ruang parkir optimal

Tempat parkir memiliki banyak jenis parkir. Salah satunya yang mudah diatur adalah sistem parkir dengan aturan: Satu gerbang untuk masuk dan keluar, alur melingkar di tempat parkir kecuali sudut parkir 90° dan tumpang tindih ruang parkir antara baris yang berbeda ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Model tempat parkir

A_1 dan B_1 adalah standar lebar dan panjang kendaraan, A_2 dan B_2 adalah lebar dan panjang kendaraan di barisan parkir. C_1 adalah lebar baris batas luar, dan C_2 adalah lebar baris

batas dalam. D adalah lebar tempat parkir gang, W adalah lebar tempat parkir, L adalah panjang tempat parkir, dan L' adalah panjang tempat parkir. Gambar 1 menunjukkan bahwa kendaraan harus melewati tempat parkir sasaran sebelum memasukkan badan kendaraan ke dalam ruang. Pengguna kendaraan akan melewati target sebelum menyadari adanya tempat parkir. Jadi, prosedur parkir digunakan setelah tempat parkir tersedia. Dalam makalah ini, prosedur parkir terbalik diterapkan. Dengan menggunakan program linier integer, model ruang parkir yang optimum dapat dirumuskan sebagai:

$$\max Z = \sum_{\theta} n_{fe,\theta} + n_{e,\theta} + n_{fi,\theta} + n_{i,\theta}, \quad (1)$$

dengan kendala sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum_{\theta} n_{fe,\theta} X_{fe,\theta} + n_{e,\theta} X_{e,\theta} + n_{fi,\theta} X_{fi,\theta} + n_{i,\theta} X_{i,\theta} &\leq W \\ A_2 n_{fe,\theta} - (L - L') X_{fe,\theta} &\leq 0 \\ A_2 n_{e,\theta} - X_{e,\theta} L &\leq 0 \\ A_2 n_{fi,\theta} - 2 X_{fi,\theta} L' &\leq 0 \\ A_2 n_{i,\theta} - X_{i,\theta} L' &\leq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

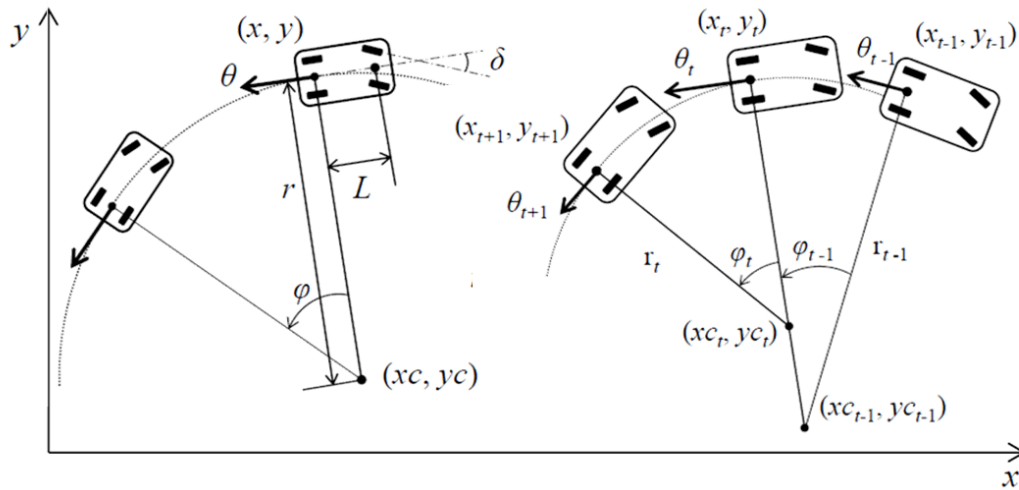
dimana $\theta \in \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\}$; $X_{fe,\theta}$, $X_{e,\theta}$, $X_{fi,\theta}$, dan $X_{i,\theta}$ adalah banyaknya baris *full exterior*, *exterior*, *full interior*, dan *interior* dengan panjang E_1 , E_4 , E_2 dan E_3 seperti terlihat pada Gambar 1; dan $n_{fe,\theta}$, $n_{e,\theta}$, $n_{fi,\theta}$, dan $n_{i,\theta}$ adalah jumlah ruang parkir pada baris *full exterior*, *exterior*, *full interior*, dan *interior*. Nilai koefisien model tercantum pada Tabel 1.

Tabel 1. Koefisien untuk model ruang parkir

Symbol	Ukuran dimensi dalam meter				
	30°	45°	60°	75°	90°
A1	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50
A2	5.00	3.54	2.89	2.59	2.50
B1	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
B2	9.33	7.50	6.44	5.67	5.00
C1	4.67	5.30	5.58	5.48	5.00
C2	3.58	4.42	4.96	5.15	5.00
D	3.50	3.75	4.50	6.00	7.00
E1	11.75	13.47	15.04	16.63	17.00
E2	8.17	9.05	10.08	11.48	12.00
E3	10.67	12.59	14.41	16.31	17.00
E4	7.08	8.17	9.46	11.15	12.00

2.2. Model gerak kendaraan

Model putaran kendaraan dipengaruhi oleh sudut ban yang menentukan kondisi kendaraan di masa depan. Gerak kendaraan ditentukan oleh koordinat xy dan sudut gerak θ yang menunjukkan arah gerak kendaraan. Sumbu koordinat didefinisikan sebagai dari posisi lain di tempat parkir dan posisi target akhir terletak di tempat parkir dengan θ sebagai sudut ruang parkir optimal.



Gambar 2. Geometri dan gerak rotasi mobil (Tashiro, 2013)

Pergerakan kendaraan berdasarkan Gambar 2 (kiri), dimana r adalah radius putar kendaraan, δ adalah sudut ban, L adalah wheel base, pusat putaran kendaraan (x_c, y_c) , dan sudut putar φ . Keadaan pusat putaran kendaraan, sudut putaran, dan radius putaran dinyatakan sebagai:

$$x_c = x + r \sin \theta \quad (3)$$

$$y_c = y - r \cos \theta \quad (4)$$

dimana v adalah kecepatan kendaraan, T adalah periode sampling, $r = L / \tan \delta$ dan $\varphi = vT/r$. Ketika kontrol waktu sekarang adalah t , posisi dan arah kendaraan pada waktu berikutnya $t + T$ diputuskan sebagai:

$$\begin{aligned} x_{t+T} &= -r_t \sin \left(\theta_t + \frac{vT}{r_t} \right) + r_t \sin \theta_t + x_t \\ y_{t+T} &= r_t \cos \left(\theta_t + \frac{vT}{r_t} \right) - r_t \cos \theta_t + y_t \\ \theta_{t+T} &= \varphi_t + \theta_t \end{aligned} \quad (5)$$

dimana subscript t dan $t + T$ berarti kontrol waktu mereka di saat ini dan masa depan. Model kemudi adalah karakteristik dari permintaan sudut ban ke sudut ban sebenarnya. Di sini, $u(t)$ adalah radius rotasi permintaan dan τ adalah konstanta yang berkaitan dengan konstanta waktu. Jari-jari rotasi dinyatakan sebagai:

$$r_{t+T} = (1 - \tau)r_t + \tau u(t) \quad (6)$$

input u , radius rotasi permintaan, adalah output manipulasi kontrol pelacakan, dan v , kecepatan kendaraan, adalah input eksternal.

2.3. Desain perencanaan jalur

Perencanaan jalur dimulai dengan pemodelan tujuan, kendala, dan batasan. Kumpulan model ini digunakan untuk optimasi persamaan diferensial atau sistem dinamik. Dalam makalah ini, metode pseudospektral digunakan untuk menentukan solusi dengan membentuk masalah kendali optimal kontinu menjadi bentuk pemrograman nonlinier. Metode pseudospektral adalah teknik diskritisasi untuk mendekati variabel dengan polinomial yang memenuhi batas titik kolokasi. Titik kolokasi merupakan himpunan titik yang membentuk masalah kendali optimal diskritisasi. Fungsi objektif jalur parkir adalah energi minimum, sehingga model

fungsi objektif ini dapat dinyatakan sebagai energi yang dibutuhkan untuk lintasan jalur parkir.

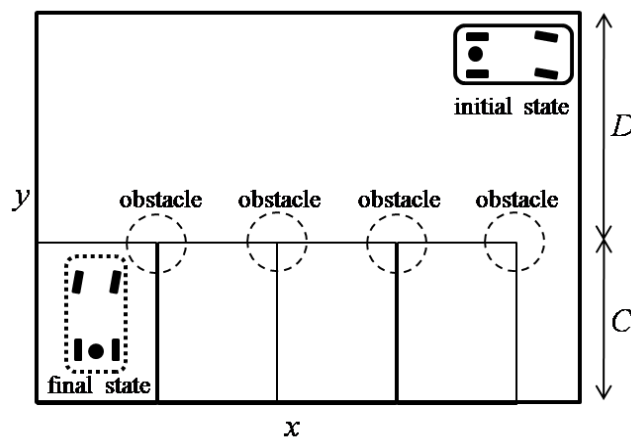
$$\min J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} \right) dt \quad (7)$$

Untuk keadaan lintasan, kendaraan roda empat harus diasumsikan sebagai robot mobil bergerak. Ini memiliki tiga variabel yang menentukan konfigurasi geometris robot pada waktu tertentu adalah $\mathbf{p} = [x \ y \ \theta]^T$. Sekarang, kita dapat menggunakan hasil langsung pertama dari asumsi no-slip dan menulis komponen kecepatan dari titik (x, y) dalam kerangka inersia sebagai (Fahimi, 2009):

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \theta \quad (8)$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin \theta \quad (9)$$

Batasan dan batasan diperoleh dengan kriteria ruang parkir optimum pada Tabel 1. Dapat dinyatakan dengan posisi awal, posisi akhir, dan batasan. Posisi awal sumbu y diperoleh dari selisih antara sisi lorong pada Gambar 1 dan setengah lebar kendaraan. Posisi awal sumbu x adalah sembarang titik dalam interval x. Untuk sesaat, posisi akhir diatur pada (0, 0). Terakhir, batasan ditetapkan sebagai radius sudut ruang parkir. Dibutuhkan $r = \frac{1}{2}W$ setengah dari lebar kendaraan.



Gambar 3. Ilustrasi kondisi di tempat parkir

Masalah kendali optimal dimodifikasi dengan N titik kolokasi sebagai $(\tau_1, \dots, \tau_N)$ pada interval $[t_0, t_f]$ dimana $1 > t_0$ dan $N < t_f$ diperoleh dari akar Polinomial Legendre Bergeser. Perkiraan untuk variabel state dan control pada titik Legendre-Gauss-Lobatto (LGL) diberikan oleh polinomial interpolasi Lagrange derajat-N sebagai berikut (Subchan & Zbikowski, 2009):

$$x(t) \approx \sum_{i=0}^N x(t_i) L_i(t) \quad (10)$$

$$y(t) \approx \sum_{i=0}^N y(t_i) L_i(t) \quad (11)$$

$$\theta(t) \approx \sum_{i=0}^N \theta(t_i) L_i(t) \quad (12)$$

di mana $L_i(t)$ adalah polinomial interpolasi Lagrange yang didefinisikan oleh:

$$L_i(t) = \prod_{j=0, j \neq i}^N \frac{t-t_j}{t_i-t_j} \quad (13)$$

Persamaan masalah kontrol optimal Persamaan 7, 8 dan 9, dan satu set kendala pada Gambar 3 diselesaikan dengan menggunakan toolbox TOMLAB PROPT. Toolbox ini dapat disematkan pada aplikasi MATLAB. Alat ini menerapkan metode Gauss Pseudospectral untuk menyelesaikan masalah pemrograman nonlinier.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

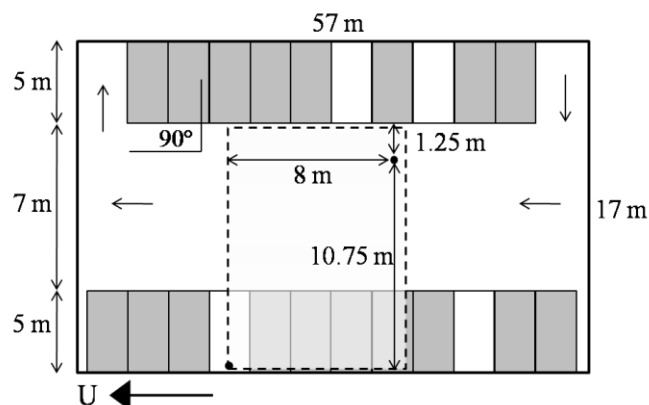
Dalam simulasi, didapatkan ruang parkir yang optimum dipengaruhi oleh luas lahan parkir. Bisa jadi hanya satu baris karena lebarnya kecil, atau lebih banyak baris dengan kombinasi tipe baris. Di sisi lain, sudut parkir memperhitungkan jenis parkir di beberapa baris, seperti tempat parkir terdiri dari enam baris dengan dua baris eksterior penuh $X_{fe,90}$ dan baris interior penuh $X_{fi,75}$. Pada kasus ini, $\theta = 90^\circ$ dan $\theta = 75^\circ$ adalah sudut parkir akhir. Dalam makalah ini $\theta \in \{30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\}$ digunakan untuk menentukan sudut parkir akhir θ_f .

Pada bagian ini, langkah pertama untuk mencari sudut parkir adalah dengan melakukan ILP dan model ruang parkir. Tempat parkir berasal dari (Ramli et al., 2016) yang telah diverifikasi dari sektor CBD/pusat perbelanjaan. Panjang dan lebar tempat parkir adalah 57 meter dan 17 meter. Hasil dari Persamaan 1 dan 2 dengan menggunakan Tabel 1 menunjukkan bahwa kombinasi baris dengan empat sudut berbeda memiliki lima kondisi yang dijelaskan pada Tabel 2.

Kondisi ketika digabungkan lima sudut dalam kasus parkir ini ditolak dengan metode. Hanya menampung $\theta=90^\circ$ untuk mencapai ruang parkir maksimum. ILP dan model memilih baris eksterior penuh untuk membuat baris baru di tempat parkir. Empat kondisi lainnya tidak memiliki solusi optimal. Dengan mengikuti aturan parkir pada Gambar 1, ruang parkir hanya memiliki satu jenis baris (baris luar penuh) yang terdiri dari satu sisi di samping tembok/batas parkir dan satu sisi di tempat parkir. Dapat digambarkan dengan Gambar 4.

Tabel 2. Hasil simulasi jumlah kendaraan dan jenis pola parkir yang terpilih

Sudut θ	X_{fe}	X_e	X_{fi}	X_i	n_{fe}	n_e	n_{fi}	n_i
30°	0	0	0	0	0	0	0	0
45°	1	2	0	0	30	22	0	0
60°	1	0	0	0	36	0	0	0
75°	1	0	0	0	39	0	0	0
90°	1	0	0	0	40	0	0	0
Kombinasi	1 / 90°	0	0	0	40	0	0	0



Gambar 4. Geometri tempat parkir

Dengan menggunakan hasil dari ruang parkir optimum, sudut arah akhir ditentukan oleh $(0, 0, \frac{\pi}{2})$. Apalagi posisi dan arah awal adalah $(8; 10,75; 0)$. Berbeda dengan pekerjaan sebelumnya (Tashiro, 2013), pada ruang parkir optimum, nilai y_0 harus mempertimbangkan

lebar baris dan lebar lorong yang optimum. Hal ini diperoleh dari data koefisien pada Tabel 1. Nilai input data dapat digambarkan sebagai lebar baris yaitu 5 meter dan lebar lorong, berdasarkan Tabel 1 yaitu 7 meter. Posisi awal kendaraan didefinisikan sebagai $x = 8$ dan $y = 10,75$. Pekerjaan lain yang hampir sama (Ikhwani et al., 2018), paper tersebut hanya membuat lintasan dengan diukur di area parkir. Sangat kontras dengan makalah ini yang membuat suatu lintasan atau lintasan dengan mengkonsumsi energi untuk berpindah dari posisi awal ke posisi akhir.

Langkah selanjutnya untuk perencanaan jalur, setiap sudut di area garis putus-putus Gambar 4 menjadi kendala. Posisi awal dan akhir menjadi masalah batas. Persamaan 7, 8, dan 9 dalam $t = [0, 1]$, kendala berdasarkan Gambar 4, dan semua batas dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\min J = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} \right) dt \quad (13)$$

dimana $\frac{dx}{dt} = v \cos \theta$ dan $\frac{dy}{dt} = v \sin \theta$. Penghalang diberikan pada persamaan berikut:

$$\text{Penghalang 1: } (x - 1.3)^2 + (y - 5)^2 \geq 1.25^2 \quad (14)$$

$$\text{Penghalang 2: } (x - 3.8)^2 + (y - 5)^2 \geq 1.25^2 \quad (15)$$

$$\text{Penghalang 3: } (x - 6.3)^2 + (y - 5)^2 \geq 1.25^2 \quad (16)$$

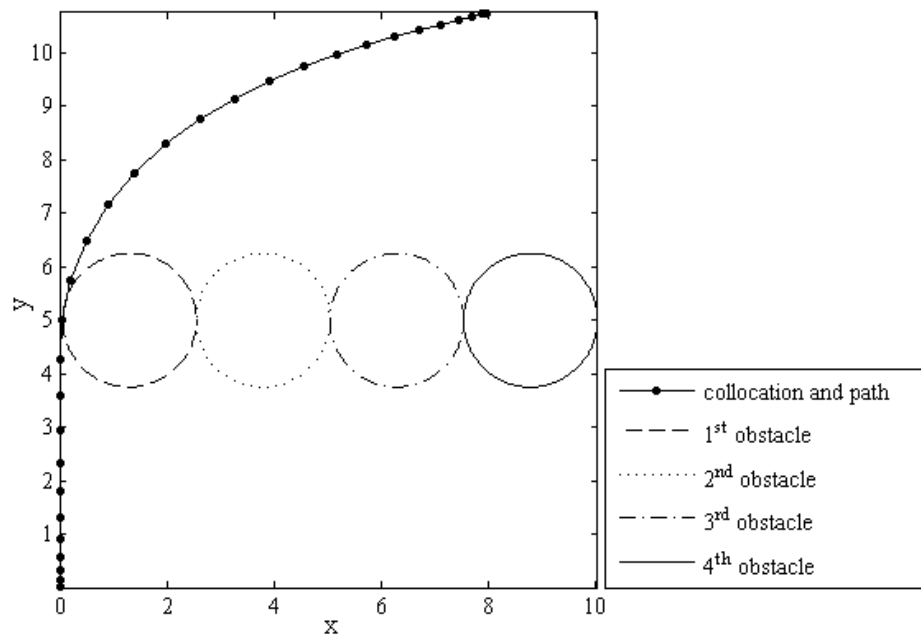
$$\text{Penghalang 4: } (x - 8.8)^2 + (y - 5)^2 \geq 1.25^2 \quad (17)$$

$$\text{Penghalang dinding: } 0 \leq y \leq 12 \quad (18)$$

$$\text{Penghalang dinding: } 0 \leq x \leq 8 \quad (19)$$

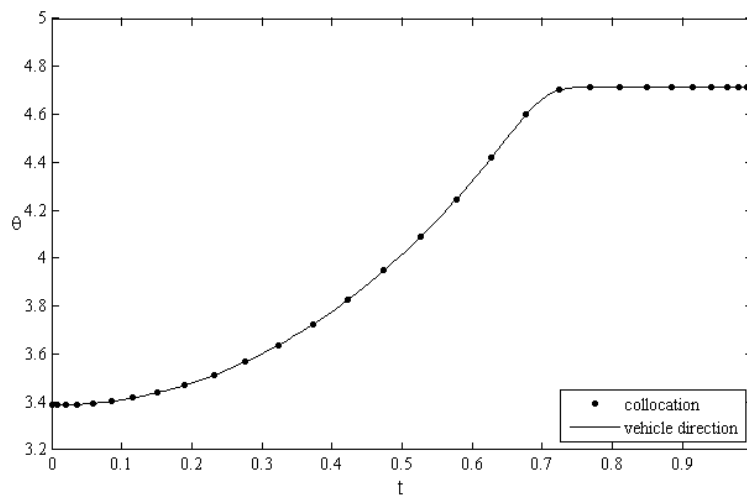
$$x(0) = 8; x(1) = 0; y(0) = 10,75; y(1) = 0; \theta(1) = \frac{\pi}{2}; v(0) = 5. \quad (20)$$

Dengan menggunakan TOMLAB PROPT, permasalahan kontrol optimal di atas menghasilkan sebuah jalur yang ditunjukkan pada gambar sebagai berikut:



Gambar 5. Jalur dengan energi minimum

Pada simulasi TOMLAB PROPT, ditetapkan tiga nilai $N \in \{4, 15, 30\}$. Iterasi pertama N , diperoleh energi minimum $J=520,47$ dan semua kolokasi memenuhi syarat optimalitas. Pada iterasi berikutnya memiliki $J=398.16$ dan juga memenuhi kondisi optimalitas. Namun, N terakhir tidak lagi memenuhi kondisi optimalitas yang berarti tidak bisa lebih optimal lagi. Kondisi optimalitas akhir menunjukkan bahwa energi minimum untuk berpindah dari keadaan awal ke keadaan akhir adalah 394,44 satuan energi. Akibat kondisi optimalitas ini, kendaraan roda empat harus menggunakan kecepatan hanya 15,48 m/s atau 4,3 km/jam. Untuk informasi lebih lanjut dan membandingkan dengan pekerjaan terakhir (Ikhwan et al., 2018), perlu melihat arah kendaraan. Selain keadaan x dan y , TOMLAB PROPT juga menghitung kendali θ sebagai arah kendaraan. y mengamati Gambar 6 dan membandingkan dengan Ikhwan et al. (2018), itu cukup mirip antara kedua arah kendaraan. Karena kesamaan fakta, perencanaan jalur yang dibuat dengan kontrol optimal dapat menjadi referensi terbaik untuk pelacakan jalur.



Gambar 6. Arah kendaraan

4. KESIMPULAN

Ruang parkir yang optimal dengan menggunakan program linear integer memberikan nilai arah akhir. Hal ini menyebabkan posisi awal berubah sesuai dengan karakteristiknya pada Tabel 1. Di sisi lain, salah satu toolbox kontrol yang optimal, TOMLAB PROPT, dapat dengan mudah menyelesaikan perencanaan jalur dengan penghindaran rintangan yang diterapkan di tempat parkir. Berdasarkan kasus, posisi awal $(8; 10,75; 0)$ dan posisi akhir $(0; 0; \frac{\pi}{2})$ dapat dihubungkan dengan jalur yang mengkonsumsi energi minimum sebagai fungsi tujuan $J=394.44$ satuan energi. Kendaraan roda empat harus bergerak dengan kecepatan kendaraan 4,3 km/jam untuk mencapai energi minimum tersebut.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terimakasih untuk bantuan reviewer untuk masukan yang membangun.

REFERENSI

- Abdelfatah, A. S., & Taha, M. A. (2014). Parking Capacity Optimization Using Linear Programming. *Journal of Traffic and Logistics Engineering*, 2(3), 176–181. <https://doi.org/10.12720/jtle.2.3.176-181>
- Fahimi, F. (2009). *Autonomous Robot: Modeling, Path Planning, and Control*. Springer. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-0-387-09538-7>
- Ikhwan, M., Mardijah, & Arif, D. K. (2018). Model predictive parking control on four wheel vehicle with optimum parking space. *Proceedings - 2017 International Conference on*

Electrical Engineering and Informatics: Advancing Knowledge, Research, and Technology for Humanity, ICELTICS 2017, 2018-Janua, 35–39. <https://doi.org/10.1109/ICELTICS.2017.8253232>

- Munzir, S., Ikhsan, M., & Amin, Z. (2010). Linear Programming for Parking Slot Optimization: A Case Study at Jl. T. Panglima Polem Banda Aceh. *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and Its Applications (ICMSA2010) Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia*, 462–472.
- Putri, D. K. R., Subchan, & Asfihani, T. (2018). Steering Angle Control of Car for Dubins Path-tracking Using Model Predictive Control. *Journal of Physics: Conference Series*, 974(1), 0–13. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/974/1/012066>
- Ramli, M., Sary, D. P., & Halfiani, V. (2016). Optimization model of parking charge and income using Lagrange multiplier method. *AIP Conference Proceedings*, 1775(1), 030034. <https://doi.org/10.1063/1.4965154>
- Sary, D. P. (2016). *Model Optimisasi Tarif dan Pendapatan Parkir menggunakan Metode Pengali Lagrange (Studi Kasus Hermes Palace Mall Kota Banda Aceh)*. Syiah Kuala University.
- Subchan, S., & Zbikowski, R. (2009). *Computational Optimal Control: Tools and Practice*. Wiley.
- Tashiro, T. (2013). Vehicle steering control with MPC for target trajectory tracking of autonomous reverse parking. *2013 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, 247–251. <https://doi.org/10.1109/CCA.2013.6662766>