
Analisa sensitivitas model regresi linier berganda menggunakan pendekatan Bayesian: prior distribusi normal

Junaidi^{1*}, Mohammad Fajri², Yandi Ristawan³

^{1,2,3}Department of Statistics, Tadulako University, Palu, Indonesia.

E-mail: sutan_jun@yahoo.co.uk*, m.fajri@untad.ac.id, yandiwayan1997@gmail.com

* = corresponding author

Abstrak

Regresi linier berganda adalah metode yang digunakan untuk melihat adanya hubungan antara variabel terikat (y) dan beberapa variabel bebas (x). Pada metode Bayesian, parameter yang digunakan adalah variabel acak yang dilakukan dengan mengalikan Likelihood dengan prior. Prior merupakan asumsi awal yang secara subyektif diambil berdasarkan pada keyakinan seseorang dan selanjutnya diformulasikan sebagai awal prosedur sebelum data sampel diambil. Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisa sensitivitas parameter-parameter pada model regresi linier berganda yang menghasilkan distribusi posterior dengan menggunakan prior yang berdistribusi normal. Selanjutnya, penerapan model pada data aset bank di Indonesia dengan hasil estimasi parameter yaitu $\hat{\beta}_0 = 23,06$, $\hat{\beta}_1 = 1,05$, $\hat{\beta}_2 = -2,379$, $\hat{\beta}_3 = -0,4786$, $\hat{\beta}_4 = -0,03796$, dan $\hat{\beta}_5 = 0,9075$, dengan selang kepercayaan 95% untuk setiap parameter yang dihasilkan yaitu $\hat{\beta}_0 = (6,052; 40,200)$, $\hat{\beta}_1 = (-1,427; 3,594)$, $\hat{\beta}_2 = (-5,07; 0,3061)$, $\hat{\beta}_3 = (0,9896; 0,03289)$, $\hat{\beta}_4 = (-1,224; 1,139)$ dan $\hat{\beta}_5 = (-0,5955; 2,487)$. Nilai estimasi parameter yang diperoleh dengan menggunakan prior distribusi normal pada model selain mendekati nilai parameter yang diperoleh dengan metode *ordinary least square* (OLS) juga relative mendekati nilai estimasi parameter yang diperoleh dengan menggunakan prior distribusi uniform dari pendekatan Bayesian. Selang kepercayaan yang diperoleh juga memiliki interval yang relative sama bahkan terdapat beberapa yang memiliki interval lebih sempit. Hal ini menunjukkan bahwa model regresi linier berganda dapat diestimasi menggunakan pendekatan Bayesian dan model tersebut juga tidak sensitive terhadap perubahan dan handal.

Abstract

The multiple linear regression is a method that models the relationship between the response variable (y) and several predictor variables (x). In the Bayesian method, the parameters used are random variables which are conducted by multiplying the likelihood with the prior distribution. The prior distribution is a subjective distribution based on a person's beliefs and is formulated before the sample data is taken. The objective of this study is to measure the sensitivity analysis of the parameters in the multiple linear regression models that will be carried out using the normal distribution prior. Furthermore, the application of the

Informasi Artikel

Sejarah Artikel:

Diajukan 20 Okt 2020

Diterima 16 Mar 2021

Kata Kunci:

Analisis Regresi

Aset Bank

Bayesian

Prior distribusi normal

Keywords:

Bank assets

Bayesian

Normal distribution

prior

Regression Analysis

model to the data on bank assets in Indonesia with the results of parameter estimates are $\hat{\beta}_0 = 23,06$, $\hat{\beta}_1 = 1,05$, $\hat{\beta}_2 = -2,379$, $\hat{\beta}_3 = -0,4786$, $\hat{\beta}_4 = -0,03796$ and $\hat{\beta}_5 = 0,9075$, with a 95% confidence interval for each resulting parameter, namely $\hat{\beta}_0=(6,052; 40,200)$, $\hat{\beta}_1=(-1,427;3,594)$, $\hat{\beta}_2=(-5,07;0,3061)$, $\hat{\beta}_3=(0,9896; 0.03289)$, $\hat{\beta}_4 = (-1,224; 1,139)$, and $\hat{\beta}_5 = (-0,5955;2,487)$. The estimated parameters that obtained using the normal distribution were close to the estimated parameters obtained using the OLS method. The results also showed that these estimates close to the parameter estimates obtained by the Bayesian approach which applied the uniform distribution prior. The confidence intervals obtained were also relatively close, even these had narrower interval. These indicated that the multiple linear regression model could be estimated using the Bayesian approach. Moreover, the model was not sensitive with the changing and robust.

1. Pendahuluan

Dalam menganalisis pengaruh dari dua variabel bebas (prediktor) atau lebih (X_1, X_2, \dots, X_n) terhadap suatu variabel terikat (respon) (Y), metode yang dapat digunakan yaitu regresi linier berganda. Jika variabel terikatnya lebih dari satu maka metodenya disebut regresi linear multivariat [1]. Selanjutnya, ada atau tidaknya hubungan kausal dari variable tersebut juga dapat dianalisis dengan metode ini [2]. Pada aplikasinya analisis regresi dapat digunakan untuk data diskrit. Meskipun umumnya untuk menganalisis data variabel respon dengan data kontinu. Metode Kuadrat Terkecil atau *Ordinary Least Squares* (OLS) merupakan metode yang dapat digunakan dalam mengestimasi parameter-parameter dari suatu model. Estimator parameter ini dipengaruhi oleh simpangan baku parameternya [3]. Selanjutnya, selain menggunakan OLS, pendekatan lainnya yang dapat dipakai dalam mengestimasi parameter dari suatu model adalah pendekatan Bayesian, yang didasari dari Teorema Bayes.

Bayes merupakan suatu teoreme yang dapat digunakan untuk memperbaharui parameter yang akan diestimasi setelah data diperoleh. Posterior yang diperoleh merupakan hasil kali dari fungsi likelihood dengan prior. Sebelum keputusan diambil penentuan prior harus dipilih oleh seorang peneliti secara subjektif mengenai nilai yang mungkin untuk parameter yang diestimasi. Untuk itu, perlu diperhatikan bagaimana cara menentukan prior. Sebagai contoh, distribusi prior konjugat dapat dipilih apabila distribusi sampel berasal dari keluarga eksponensial [4]. Distribusi prior merupakan hal penting yang harus dipilih dan ditentukan didalam penggunaan pendekatan Bayesian. Perubahan distribusi prior dari suatu model juga sangat diperlukan guna menelaah lebih jauh kehandalan dari suatu model. Untuk itu, analisis sensitivitas dari model-model statistika harus dilakukan untuk melihat sejauh mana kehandalan dan kestabilan suatu model setelah dilakukan perubahan pada prior dari model tersebut [5].

Dalam tulisan ini, analisis sensitivitas dari parameter-parameter pada model regresi linier berganda dengan pendekatan Bayesian dilakukan dengan mengganti distribusi priornya. Distribusi normal digunakan sebagai prior pengganti dari distribusi uniform yang selanjutnya dianalisa seberapa besar perubahan yang terjadi. Hal ini dilakukan guna menguji kehandalan atau ketegaran dari model regresi linier berganda. Nilai estimasi parameter yang diperoleh dari pendekatan Bayesian diharapkan mendekati nilai sesungguhnya serta nilai-nilai tersebut terletak

didalam interval kepercayaan yang menunjukkan bahwa model tidak sensitive dan handal terhadap perubahan. Selanjutnya, pengaplikasian model dilakukan dengan menggunakan data aset bank di Indonesia yang diperoleh dari Lembaga Administrasi Negara Tahun 2007. Hal ini dilakukan guna menentukan faktor-faktor apa yang berpengaruh terhadap aset bank di Indonesia dengan pendekatan Bayesian. Selanjutnya akan dilihat apakah juga sejalan dengan faktor-faktor yang diperoleh dengan metode OLS.

2. Landasan Teori

2.1 Regresi Linier Berganda

Regresi linier merupakan suatu metode yang dapat menunjukkan kekuatan hubungan antara variabel terikat (y) dengan bebarapa variabel bebas ($x_1, x_2, x_3 \dots x_n$) yang modelnya k variabel bebas dapat ditulis sebagai [6],

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + \varepsilon, \quad (1)$$

yang selanjutnya oleh [7], terkait dengan data hasil pengamatan ganda dapat dituliskan sebagai:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_n x_{in} + \varepsilon, \quad (2)$$

dimana:

y_i : variabel terikat untuk pengamatan ke- i , untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

β_i : parameter untuk pengamatan ke- i , untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

x_i : variabel bebas untuk pengamatan ke- i , untuk $i = 1, 2, \dots, n$

ε_i : error untuk pengamatan ke- i dengan $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

2.2 Fungsi likelihood

Bain dan Engelhardt (1992) memformulasikan suatu fungsi Likelihood sabagai:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) \quad (3)$$

dimana $X_1 \dots X_n$ merupakan sampel random dan $f(x, \theta)$ sebagai fungsi densitas peluang $f(x, \theta)$.

2.3 Metode Bayesian

Frequentist merupakan suatu pendekatan klasik yang mana parameter dianggap sebagai suatu nilai konstan yang besarannya tidak diketahui. Inferensi pada pendekatan frequentist hanya peroleh berdasarkan informasi dari sampel. Sedangkan untk metode Bayesian, parameter dianggap sebagai variabel random yang memiliki distribusi prior. Distribusi prior merupakan distribusi yang diperoleh berdasarkan keyakinan yang secara subjektif dipilih sebelum pengambilan data sampel [8]. Selanjutnya, update data yang berupa distribusi posterior dapat diperoleh dengan menggabungkan distribusi sampel dengan distribusi prior [9].

2.4 Distribusi Prior

Distribusi prior adalah distribusi yang ditentukan secara subyektif yang dapat menjadi informasi awal tentang parameter guna menghitung distribusi posterior. Berdasarkan bentuknya distribusi prior dikelompokkan menjadi dua macam yaitu distribusi prior konjugat dan non-konjugate. Distribusi prior konjugate disebut juga sebagai distribusi sekawan yang mana berdasarkan hasil

identifikasi bentuknya sepola dengan datanya. Sedangkan distribusi prior non-konjugat kebalikannya yang disebabkan tidak sepolanya hasil identifikasi dari data. Selanjutnya didalam pemilihan prior juga harus mempertimbangkan ada atau tidaknya informasi yang diperoleh dari suatu parameter. Jika terdapat informasi pada suatu parameter maka distribusi prior informative dapat digunakan [10]. Sebaliknya, jika tidak ada informasi pada suatu parameter maka distribusi prior noninformatif menjadi pilihan yang baik bagi seorang peneliti. Prior noninformatif tidak berpengaruh secara signifikan guna mengupdate data amatan data amatan yang bersifat objektif [11].

2.5 Distribusi Posterior

Distribusi posterior merupakan hasil multiplikasi antara informasi sampel yang berupa fungsi likelihood dengan suatu prior. Prior yang dipilih bersifat bebas dari fungsi likelihood [12]. Persamaan (4) merupakan rumusan dari suatu distribusi posterior.

$$f(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)f(\theta)}{f(x)} \quad (4)$$

Selanjutnya, nilai $f(x)$ akan mendekati 1, baik untuk fungsi diskrit yang berupa penjumlahan maupun fungsi kontinu yang berupa pengintegralan, sehingga persamaan (4) dapat dituliskan sebagai

$$f(\theta|x) \propto f(x|\theta) f(\theta) \quad (5)$$

dimana $f(\theta|x)$ adalah distribusi posterior yang diperoleh sebagai proporsional dari multiplikasi fungsi Likelihood $f(x|\theta)$ dan distribusi prior $f(\theta)$.

2.6 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan guna mendapatkan gambaran tentang suatu keputusan yang telah ditetapkan apakah akan bersifat konsisten walaupun terjadi perubahan pada parameter-parameter yang diamati. Hasil estimasi dari suatu parameter dikatakan sensitive apabila terjadi perubahan nilai secara drastis yang diakibatkan suatu perubahan kecil dalam parameter. Sebaliknya, jika hasil estimasi yang diperoleh tidak berbeda jauh diakibatkan perubahan parameter maka dikatakan hasil estimasi relatif tidak sensitif terhadap nilai parameter tersebut [5].

2.7 Aset dan Suku Bunga Dasar Kredit

Barang-barang yang berupa benda, baik yang bergerak ataupun tidak, baik yang berwujud ataupun tidak serta tercakup dalam aktiva atau harta kekayaan pada seseorang/individu suatu organisasi, instansi atau badan usaha dikatakan sebagai aset (Lembaga Administrasi Negara, 2007). Suku Bunga Dasar Kredit (SBDK) merupakan suku bunga minimum yang dipakai oleh bank sebagai dasar yang akan dikenakan pada nasabah untuk menentukan suku bunga kredit. SBDK adalah hasil perhitungan dari tiga komponen yakni Harga Pokok Dana untuk Kredit (HPDK), biaya *overhead*, dan margin keuntungan (*profit margin*). Tiga jenis kredit antara lain korporasi, ritel, dan konsumsi (KPR dan non KPR) digunakan sebagai perhitungan SBDK [13].

3. Metodologi Penelitian

Di dalam penelitian ini, populasi yang digunakan adalah setiap bank yang terdaftar pada Otoritas Jasa Keuangan. Sampel nya adalah beberapa bank yang beroperasi di Indonesia. Metode yang digunakan untuk penarikan sampel yaitu dengan *non-probability sampling* dengan teknik purposive sampling. Selanjutnya, sampel diambil dengan pertimbangan bahwa sebagian bank

tidak memiliki data lebih dari 2 variabel, sehingga hanya memilih bank yang memiliki data seluruh variable. Data yang digunakan merupakan data sekunder dari laman *website* Bank Sentral Republik Indonesia tahun 2016. Sedangkan untuk data total aset bank di Indonesia diperoleh dari laman *website* Otoritas Jasa Keuangan (OJK). Pada tulisan ini yang dijadikan sebagai unit observasi adalah semua bank yang terdaftar pada OJK dengan variabel terikatnya adalah jumlah aset bank di Indonesia. Sedangkan variabel bebas yang digunakan didasarkan pada lima variabel yang disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1 Variabel penelitian dan definisi operasional.

Variabel	Definisi Operasional
Aset (Y)	Harta kekayaan yang tercatat dari bank di Indonesia (%)
Kredit korporasi (X ₁)	Suku bunga dasar kredit korporasi yang ditentukan oleh masing-masing bank (%)
Kredit ritel (X ₂)	Suku bunga dasar kredit ritel yang ditentukan oleh masing-masing bank (%)
Kredit mikro (X ₃)	Suku bunga dasar kredit mikro yang ditentukan oleh masing-masing bank (%)
Kredit konsumsi KPR (X ₄)	Suku bunga dasar kredit konsumsi KPR yang ditentukan oleh masing-masing bank (%)
Kredit konsumsi nonKPR (X ₅)	Suku bunga dasar kredit konsumsi nonKPR yang ditentukan oleh masing-masing bank (%)

Data untuk penelitian yang telah ada, berikutnya diolah dengan menggunakan metode analisis regresi linier berganda dan selanjutnya estimasi parameter dilakukan dengan aplikasi WinBUGS. Tahapan yang dilakukan dalam menganalisis sebagai berikut:

1. Menentukan parameter regresi
 - Estimasi parameter regresi linear berganda menggunakan metode OLS
 - Estimasi parameter regresi menggunakan pendekatan Bayesian dengan prior berdistribusi uniform dan normal dengan langkah yaitu:
 - a) Merancang rantai dari distribusi posterior dengan Gibbs sampling yang menghasilkan rantai markov dengan iterasi sampai dengan parameter konvergen dan stabil untuk taksiran parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ dan β_5
 - b) Menaksir parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ dan β_5 yang diperoleh dari mencari nilai rata-rata dari nilai Gibbs sampler.
 - c) Mencari selang kepercayaan 95% masing-masing parameter estimasi dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0,05$.
 - d) Menentukan variabel bebas yang memengaruhi variabel terikat berdasarkan hasil uji hipotesis pada langkah c.
2. Analisis sensitivitas untuk melihat hasil estimasi parameter dari pendekatan Bayesian prior distribusi normal.
3. Melakukan interpretasi dan membuat kesimpulan.

4. Hasil dan Pembahasan

Pada bagian 4 dari tulisan ini adalah disajikannya estimasi parameter-parameter dari model regresi linier berganda dengan menggunakan metode OLS. Selanjutnya, estimasi parameter dengan pendekatan Bayesian dilakukan dengan menggunakan prior berdistribusi uniform. Multiplikasi dari fungsi *likelihood* dan distribusi *prior* merupakan hasil proporsional guna memperoleh distribusi *posterior*. Proses iterasi Markov Chain Monte Carlo (MCMC) diberikan pada bagian ini bersama dengan metode Bayesian yang mengikuti langkah pada [14], yang

digunakan dalam mengestimasi parameter dari model regresi linier berganda untuk data aset bank di Indonesia. Analisis sensitivitas dari model regresi linier berganda dilakukan dengan mengganti distribusi uniform dengan distribusi normal. Hal ini dilakukan untuk menunjukkan bahwa model tidak sensitive terhadap perubahan dan handal.

4.1 Estimasi Parameter Regresi Linier Berganda dengan Metode OLS

Ainul dkk (2018) memberikan hasil estimasi parameter ($\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4, \hat{\beta}_5$) dengan masing-masing interval kepercayaannya, dari model regresi linier berganda menggunakan metode OLS dengan aplikasi SPSS Versi 23 yang disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Estimasi parameter dan Interval Kepercayaan model regresi linier berganda menggunakan metode OLS

Variabel	Estimasi ($\hat{\beta}_i$)	Std. Error	Sig	Batas Bawah	Batas Atas
Intersep	23,876	8,913	0,012	5,721	42,032
Kredit Korporasi (X_1)	1,326	1,253	0,298	-1,226	3,877
Kredit Ritel (X_2)	-2,724	1,305	0,045	-5,383	-0,065
Kredit Mikro (X_3)	-0,485	0,262	0,073	-1,018	0,048
Kredit Konsumsi KPR (X_4)	-0,011	0,599	0,986	-1,231	1,210
Kredit Konsumsi non KPR (X_5)	0,907	0,768	0,246	-0,657	2,471

Tabel 2 memberikan hasil estimasi parameter pada model regresi linier berganda dengan menggunakan metode OLS yaitu $\hat{\beta}_0 = 23,876$ yang berada di selang kepercayaan (5,721; 42,032), $\hat{\beta}_1 = 1,326$ berada di selang kepercayaan (-1,226; 3,877), $\hat{\beta}_2 = -2,724$ berada di selang kepercayaan (-5,383; -0,065), $\hat{\beta}_3 = -0,485$ berada di selang kepercayaan (-1,018; 0,048), $\hat{\beta}_4 = -0,011$ berada di selang kepercayaan (-1,231; 1,210) dan $\hat{\beta}_5 = 0,907$ berada di selang kepercayaan (-0,657; 2,471). Selanjutnya, dari Tabel 4.1 diperoleh untuk variabel bebas X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 yang signifikan atau berpengaruh terhadap jumlah aset bank di Indonesia berdasarkan nilai *sig* dengan taraf signifikan $\alpha = 5\%$ adalah variabel kredit ritel (X_2). Hal ini ditentukan oleh nilai *sig* variabel, X_2 sebesar 0,045 yang mana nilai ini lebih kecil dari nilai α (0,05). Pada bagian berikutnya akan diberikan estimasi parameter dari model regresi linier berganda yang menggunakan pendekatan Bayesian dan prior yang digunakan yaitu distribusi uniform.

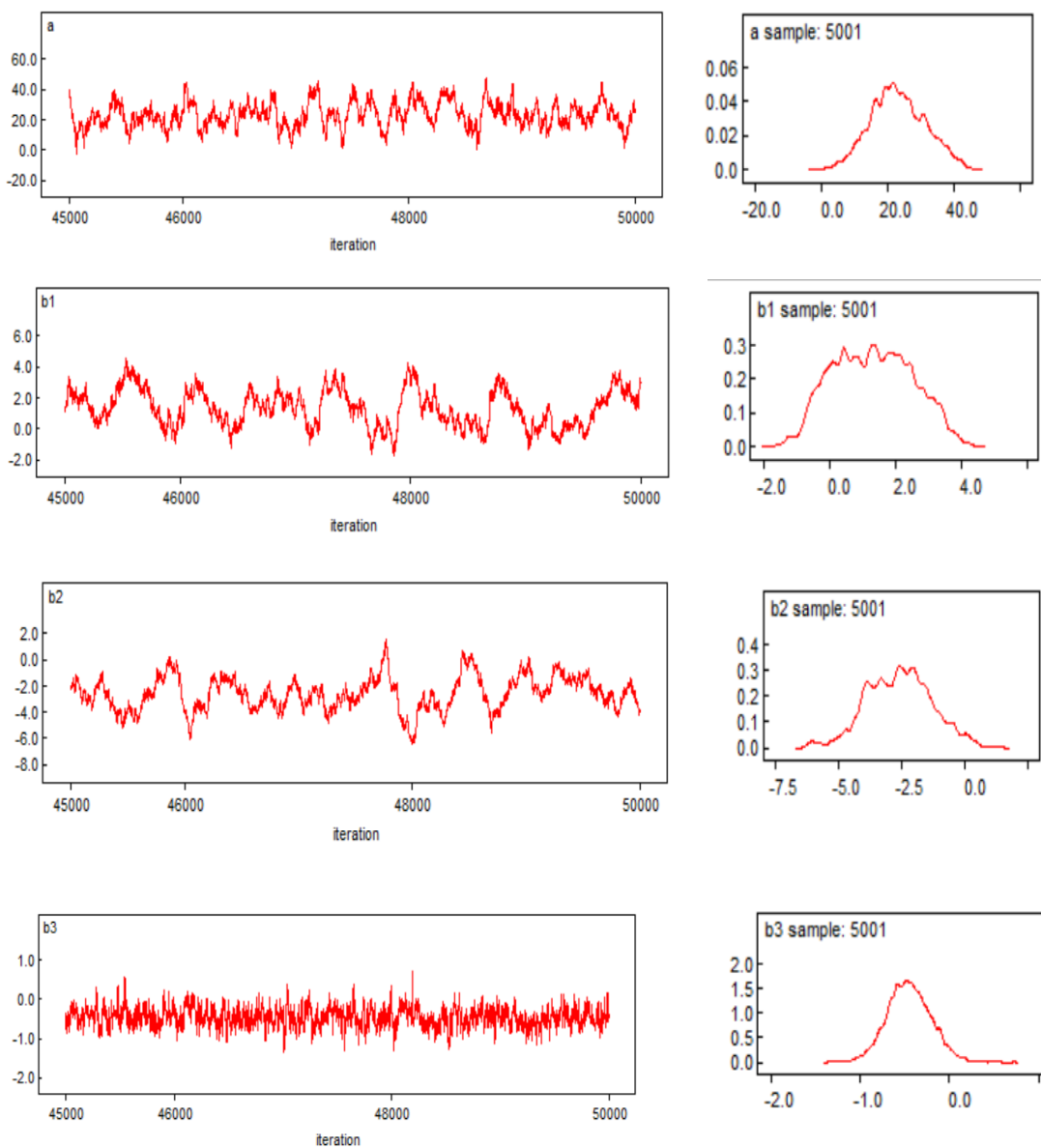
4.2 Estimasi Parameter Regresi Linier Berganda dengan Pendekatan Bayesian

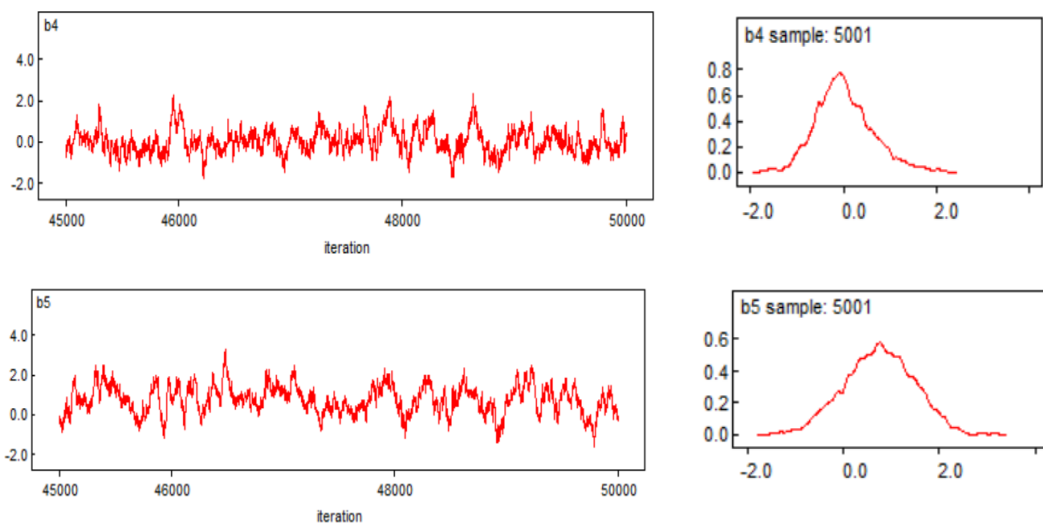
Estimasi parameter ($\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4, \hat{\beta}_5$) untuk model regresi linier berganda dengan pendekatan Bayesian dari distribusi *posterior* dengan melakukan Gibbs Sampling sebanyak 50000 iterasi. Distribusi prior yang digunakan adalah distribusi uniform. Hal ini dilakukan untuk menunjukkan bahwa Bayesian merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter-parameter dari model regresi linier berganda. Adapun kelebihan dari pendekatan ini adalah kita dapat menganggap parameter yang diamati sebagai suatu variable. Selain itu informasi awal yang diperoleh dapat digunakan sebagai distribusi prior.

Selanjutnya, nilai estimasi parameter-parameter yang diperoleh dari model dengan pendekatan Bayesian adalah cukup dekat dengan nilai yang diperoleh dengan menggunakan metode OLS. Nilai interval kepercayaan yang diperoleh juga dapat mengakomodir baik nilai estimasi parameter itu sendiri maupun nilai parameter yang sesungguhnya yang diperoleh dari OLS. Dengan kata lain, nilai-nilai parameter dan estimasinya terletak dalam interval kepercayaan. Nilai estimasi parameter beserta interval kepercayaan yang diperoleh dengan pendekatan Bayesian disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3 Estimasi Parameter dan Interval Kepercayaan Model Regresi Linier Berganda dengan Pendekatan Bayesian

Node	Mean	Sd	MC error	2.50%	Median	97.50%
$\hat{\beta}_0$	23,19	8,315	0,779	7,631	22,700	39,860
$\hat{\beta}_1$	1,330	1,199	0,130	-0,732	1,330	3,541
$\hat{\beta}_2$	-2,587	1,293	0,142	-5,100	-2,565	0,002
$\hat{\beta}_3$	-0,450	0,249	0,013	-0,924	-0,457	0,044
$\hat{\beta}_4$	0,027	0,614	0,054	-1,045	-0,029	1,412
$\hat{\beta}_5$	0,747	0,726	0,068	-0,675	0,758	2,107





Gambar 1 Plot Trace dan plot densitas dari setiap estimasi parameter pendekatan Bayesian

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh hasil estimasi parameter regresi dengan pendekatan Bayesian yaitu $\hat{\beta}_0 = 23,190$ dengan interval kepercayaan (7,631 ; 39,860), $\hat{\beta}_1 = 1,330$ dengan interval kepercayaan (-0,732; 3,541), $\hat{\beta}_2 = -2,587$ dengan interval kepercayaan (-5,100 ; 0,002), $\hat{\beta}_3 = -0,450$ dengan interval kepercayaan (-0,924; 0,044), $\hat{\beta}_4 = 0,027$ dengan interval kepercayaan (-1,045; 1,412) dan $\hat{\beta}_5 = 0,747$ dengan interval kepercayaan (-0,675; 2,107). Interval kepercayaan Bayesian dapat diinterpretasikan sebagai peluang nilai untuk setiap parameter β_i berada diantara masing- masing selang kepercayaan adalah sebesar 95%.

Gambar 1 menunjukkan plot trace dan densiti dari masing-masing estimasi parameter yang diperoleh dengan pendekatan Bayesian. Sebanyak 50000 iterasi jalankan, dan dengan mengambil sebanyak 5000 iterasi yang terakhir hal ini dilakukan karena terlihat bahwa nilai $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4$ dan $\hat{\beta}_5$ telah konvergen. Hal ini ditunjukkan pada Gambar 1 bahwa pola plot trace sudah relative stabil dan tidak terjadi fluktuasi yang signifikan. Selain itu, plot densiti untuk $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4$ dan $\hat{\beta}_5$ dari model regresi berganda memiliki bentuk yang menyerupai kurva distribusi normal dengan nilai estimator terletak didalam interval kepercayaannya.

4.3. Analisis Sensitivitas Model Regresi Linier Berganda

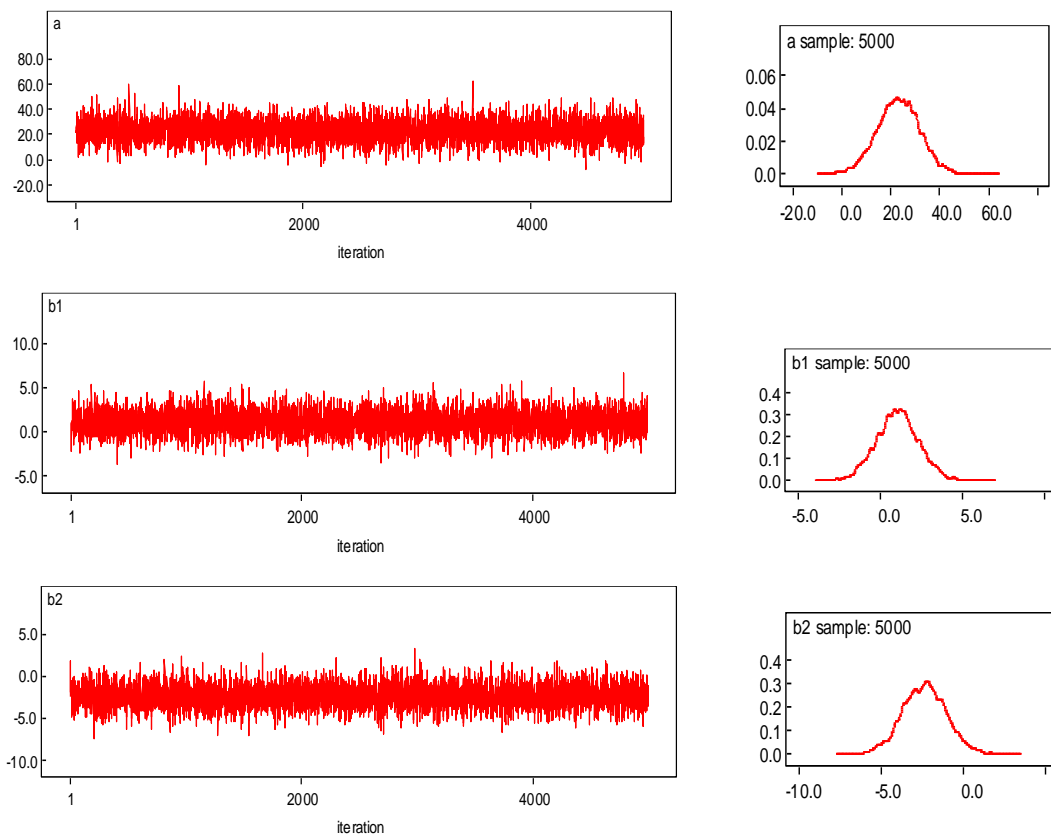
Pada bagian ini akan dilakukan analisis sensitivitas dari model regresi linier berganda. Hal tersebut dilakukan dengan mengganti prior distribusi uniform dengan prior konjugate nya yaitu distribusi normal. Estimasi parameter ($\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4, \hat{\beta}_5$) dengan melakukan Gibbs Sampling sebanyak 5000 iterasi. Selanjutnya ditunjukkan bahwa nilai estimasi parameter-parameter yang diperoleh cukup dekat dengan nilai yang diperoleh dengan menggunakan pendekatan Bayesian dengan prior distribusi uniform. Nilai interval kepercayaan yang diperoleh juga dapat mengakomodir baik nilai estimasi parameter itu sendiri maupun nilai parameter yang yang diperoleh dari pendekatan Bayesian dengan prior distribusi uniform. Dengan kata lain, nilai-nilai parameter dan estimasinya terletak dalam interval kepercayaan. Terpenuhinya hal-hal tersebut menunjukkan bahwa model regresi linier berganda tidak sensitive terhadap perubahan dan handal. Hasil estimasi parameter menggunakan pendekatan Bayesian dengan prior distribusi normal

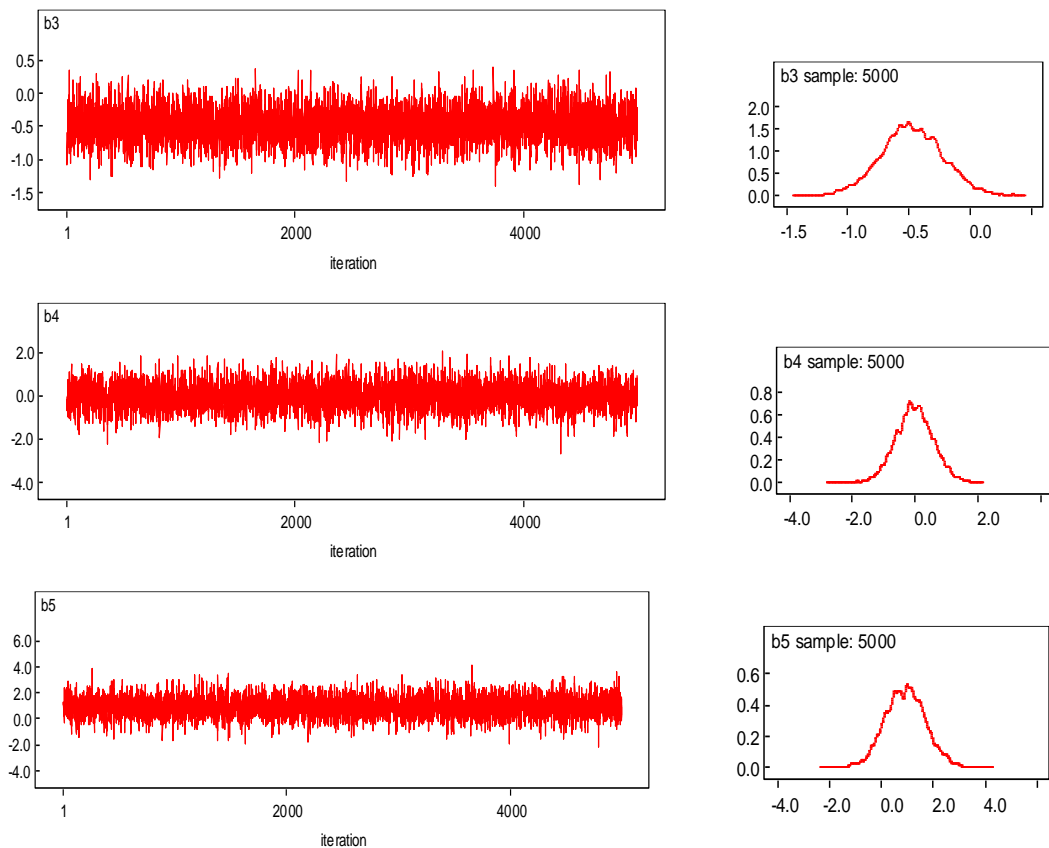
disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Analisis Sensitivitas Model Regresi Linier Berganda dengan Pendekatan Bayesian (prior distribusi normal)

Node	Mean	Sd	MC error	2.50%	Median	97.50%
$\hat{\beta}_0$	23,060	8,678	0,131	6,052	23,080	40,200
$\hat{\beta}_1$	1,050	1,291	0,018	-1,427	1,052	3,594
$\hat{\beta}_2$	-2,379	1,348	0,019	-5,070	-2,370	0,306
$\hat{\beta}_3$	-0,479	0,258	0,004	-0,989	-0,484	0,033
$\hat{\beta}_4$	-0,038	0,602	0,009	-1,224	-0,040	1,139
$\hat{\beta}_5$	0,907	0,786	0,011	-0,595	0,917	2,487

Tabel 4 menunjukkan hasil estimasi parameter regresi adalah nilai $\hat{\beta}_0 = 23,060$ dan interval kepercayaan berada pada (6,052 ; 40,200), $\hat{\beta}_1 = 1,052$ dan interval kepercayaan berada pada (-1,427 ; 3,594), $\hat{\beta}_2 = -2,379$ dan interval kepercayaan berada pada (-5,070 ; 0,306), $\hat{\beta}_3 = -0,479$ dan interval kepercayaan berada pada (-0,989; 0.033), $\hat{\beta}_4 = 0,027$ dan interval kepercayaan berada pada (-1,224; 1,139) dan $\hat{\beta}_5 = 0,907$ dan interval kepercayaan berada pada (-0,595; 2,487).





Gambar 2 Plot Trace dan plot densitas dari setiap estimasi parameter (prior normal)

Gambar 2 merupakan plot trace dan densiti dari setiap estimasi parameter yang diperoleh dengan pendekatan Bayesian dengan prior distribusi normal. Berdasarkan iterasi yang telah dilakukan sebanyak 5000 kali terlihat bahwa nilai $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$ dan $\hat{\beta}_5$ telah konvergen. Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa pola trace plot yang diperoleh sudah relative stabil dan tidak terjadi fluktuasi yang signifikan. Selain itu, plot densiti untuk $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, $\hat{\beta}_4$ dan $\hat{\beta}_5$ dari model regresi berganda memiliki bentuk yang menyerupai kurva distribusi normal dengan nilai estimator terletak didalam interval kepercayaan nya.

Pada Tabel 5 diberikan nilai estimasi parameter dari model regresi linier berganda dengan menggunakan metode OLS dan menggunakan pendekatan Bayesian dengan prior diatribusi uniform. Selain itu juga disajikan estimasi parameter yang diperoleh dengan menggunakan prior pengganti yaitu yang berdistribusi normal guna melihat sensitivitas dan kehandalan model tersebut. Interpretasi dari Table 5 disampaikan pada bagian kesimpulan.

Tabel 5 Estimasi parameter model regresi linier berganda dengan metode OLS dan pendekatan Bayesian serta analisis sensitivitas model

Estimasi Parameter	OLS	Bayesian (prior uniform)	Analisis Sensitivitas (prior normal)
$\hat{\beta}_0$	23,876 (5,721; 42,032)	23,190 (7,631 ; 39,860)	23,060 (6,052 ; 40,200)
$\hat{\beta}_1$	1,326 (-1,226 ; 3,877)	1,330 (-0,732; 3,541)	1,050 (-1,427 ; 3,594)
$\hat{\beta}_2$	-2,724 (-5,383 ; -0,065)	-2,587 (-5,100 ; 0,002)	-2,379 (-5,070 ; 0,306)
$\hat{\beta}_3$	-0,485 (-1,018 ; 0,048)	-0,450 (-0,924; 0,044)	-0,478 (-0,484 ; 0,033)
$\hat{\beta}_4$	-0,011 (-1,231 ; 1,210)	0,027 (-1,045; 1,412)	-0,038 (-1,224 ; 1,139)
$\hat{\beta}_5$	0,907 (-0,657 ; 2,471)	0,747 (-0,675; 2,107)	0,9075 (-0,5955 ; 2,487)

4. Kesimpulan

Hasil estimasi parameter ($\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4, \hat{\beta}_5$) yang diperoleh dengan pendekatan Bayesian mendekati nilai yang diperoleh dengan metode OLS. Hal ini dapat dilihat dari Tabel 5, yang mana nilai intersep ($\hat{\beta}_0$) dari pendekatan Bayesian sebesar 23,190 mendekati nilai yang diperoleh dengan metode OLS yaitu 23,876. Demikian pula interval kepercayaan yang diperoleh yaitu 7,631 – 39,860 yang lebih sempit dari hasil dengan metode OLS yaitu 5,721 - 42,032. Semakin sempit nilai interval kepercayaan yang diperoleh dari pendekatan Bayesian, menunjukkan bahwa metode ini mempunyai tingkat ketelitian yang lebih baik. Demikian juga untuk parameter-parameter lainnya ($\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$). Nilai estimasi parameter yang diperoleh secara umum dekat dengan hasil metode OLS dengan interval kepercayaan yang relative lebih sempit. Berdasarkan hasil analisis yang diberikan dapat disimpulkan bahwa pendekatan Bayesian merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter-parameter dari model regresi linier berganda.

Analisis sensitivitas dilakukan untuk menguji kehandalan dari model regresi linier berganda dengan mengganti prior distribusi uniform dengan distribusi normal. Tabel 5 menunjukkan nilai intersep ($\hat{\beta}_0$) yaitu 23,060 dekat dengan hasil dari Bayesian dengan prior uniform yaitu 23,190. Interval kepercayaan untuk intersep ($\hat{\beta}_0$) yaitu 6,052 – 40,200 juga mempunyai lebar yang relative sama dengan interval kepercayaan dengan prior uniform (7,631 – 39,860). Nilai estimasi parameter lainnya juga secara umum dekat dengan nilai estimasi parameter yang diperoleh dengan menggunakan prior uniform. Interval kepercayaan 95% parameter lainnya, dengan menggunakan prior normal, juga memiliki lebar yang relative sama dengan interval kepercayaan dari prior uniform. Hal ini semua menunjukkan bahwa model regresi linier berganda tidak sensitive terhadap perubahan dan mengindikasikan model regresi linier berganda merupakan model yang handal. Meskipun variabel kredit ritel (X_2), yang dilakukan dengan mengaplikasikan model pada data aset bank menggunakan pendekatan Bayesian menunjukkan masuknya nilai nol

pada interval kepercayaannya (-5,100 ; 0,002), kita masih dapat menyatakan bahwa variable ini mempunyai pengaruh terhadap jumlah asset bank di Indonesia karena nilai batas atas yang relative menuju nol.

Daftar Pustaka

- [1] Kesuma, Z. M., Rusyana A., dan Rahayu L. 2020. Factors affecting adolescent nutritional status in Banda Aceh, Indonesia. *Journal of Physics: Conference Series*. 1490, 012049. doi:10.1088/1742-6596/1490/1/012049.
- [2] Sulistyono dan Sulistyowati, W. 2017. *Peramalan produksi dengan regresi linier berganda*. Proxima ,vol.2. Sidoarjo. Universitas Sidoarjo.
- [3] Marzuki, Sofyan, H. dan, Rusyana, A. 2010. *Pendugaan Selang Kepercayaan Persentil Bootstrap Nonparametrik untuk Parameter Regresi*. *Statistika*. Vol. 10, No.1, 13-23. Universitas Islam Bandung, Bandung.
- [4] Bain, L. J. dan Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Second Edition. California. Duxbury Press.
- [5] Junaidi, Nur, D. dan Stojanovski, E. 2011. *Prior Sensitivity Analysis for a Hierarchical Model*. In Proceedings of the Fourth Annual ASEARC Conference, Paper 13, University of Western Sydney, Paramatta, NSW, Australia, 17–18 February 2011. <http://ro.uow.edu.au/asearc/24>.
- [6] Utami, T., Wahyu, A. R. dan Prahutama, A. 2016. *Pemodelan Regresi Berganda Dan Geographically Weighted Regression Pada Tingka Pengangguran Terbuka Di Jawa Tengah*. *Media Statistika*. Universitas Diponegoro.
- [7] Evans, S. 2012. *Bayesian Regression Analysis*. Faculty of The College of Arts and Sciences, University of Louisville.
- [8] Walpole, R. E dan Myers, R. H. 1986. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*, Terbitan Kedua. Bandung. ITB.
- [9] Horst, R. 2009. *The Weibull Distribution A Handbook*. Jerman. Justua-Liebig-University Giessen.
- [10] Gelman, A., Carlin, J. B., Sternhal, S. and Rubin, D. B. 2004. *Bayesian Data Analysis*. Second edition. New York. Chapman & Hall.
- [11] Box, G. E. P. dan Tiao, G. C. 1973. *Bayesian Inference In Statistical Analysis*. Philippines. Addison-Wesley Publishing Company.
- [12] Bolstad, W. M. 2007. *Introduction to Bayesian Statistics*. Second Edition. New Jersey. John Wiley & Sons Inc.
- [13] Junaidi, Magdalena, M. dan Nurdiono 2013. *Transparansi Informasi Suku Bunga Dasar Kredit Pada Kredit UMKM*. *Indonesia Accounting Research Journal*, Vol. 1, No. 2. Yogyakarta.
- [14] Ainul, A. M., Junaidi dan Utami, I. T. 2018. *Penerapan Analisis Regresi Linier Berganda dengan pendekatan Bayesian pada data Aset Bank di Indonesia*. JUTEKS. LPPM UNHAS.